

Раздел VI. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА.

Глава 4. Квантовая статистика.

1. Применение квантовой статистики.

Квантовая статистика является теорией более высокого порядка по сравнению с классической. Классическая статистика является следствием квантовой.

а) Квантовую статистику необходимо использовать, если:

$$\langle r \rangle \leq \lambda$$

Классическую статистику можно применять, если:

$$\langle r \rangle \gg \lambda$$

$$\langle r \rangle = \frac{1}{n^{1/3}} - \text{среднее расстояние между частицами,}$$

$$\lambda = \frac{h}{mv} - \text{длина волны де Бройля.}$$

Пример: для электронов проводимости в металлах необходимо использовать квантовую статистику, так как $n_e \sim 10^{24} \text{ см}^{-3}$, $v_e \sim 10^8 \text{ см/с} \rightarrow \langle r \rangle \sim 10^{-8} \text{ см}$, $\lambda \sim 10^{-7} \text{ см}$.

б) В дальнейшем будем считать, что система тождественных частиц – идеальный газ.

$$\langle U_{вз} \rangle \ll \langle E_{кин} \rangle$$

Следует отметить что для электронов проводимости критерий выполняется с небольшим запасом.

2. Распределение Ферми – Дирака

Справедливо для системы тождественных фермионов (электроны, протоны, нейтроны $S=1/2$)

В системе тождественных фермионов, согласно запрету Паули, не может быть 2 частиц в одинаковых квантовых состояниях.

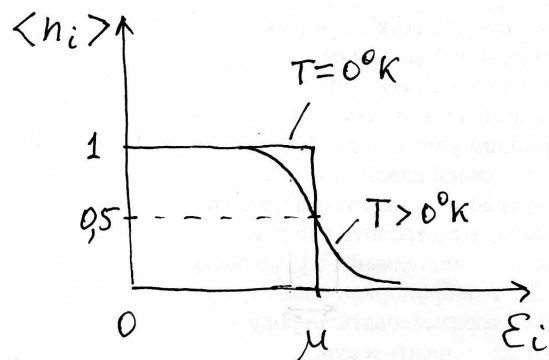
Распределение Ферми – Дирака.

$$\langle n_i \rangle = \frac{1}{e^{\frac{\epsilon_i - \mu}{kT}} + 1}$$

$\langle n_i \rangle$ - среднее число фермионов в квантовом состоянии i ;

ϵ_i - энергия квантового состояния i ;

μ - химический потенциал.



Химический потенциал находится из условия:

$$\sum_i \langle n_i \rangle = N$$

N – число фермионов в системе, суммирование ведется по всем квантовым состояниям.

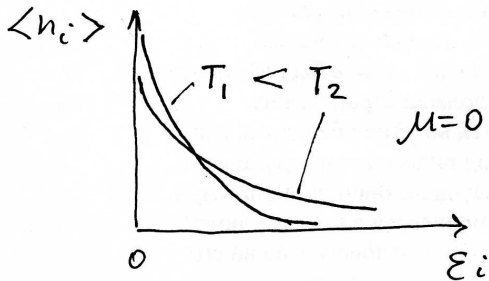
3. Распределение Бозе – Эйнштейна

Справедливо для системы тождественных бозонов (фотоны S=1, мезоны S=0).

В системе тождественных бозонов запрет Паули не действует.

Распределение Бозе – Эйнштейна:

$$\langle n_i \rangle = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon_i - \mu}{kT}} - 1}$$



С уменьшением температуры T бозоны стремятся занять самое нижнее по энергии квантовое состояние (бозе конденсат)

Химический потенциал μ находится так же как и для фермионов из условия:

$$\sum_i \langle n_i \rangle = N$$

Вопросы:

1. Условие необходимости применения квантовой статистики.
2. Распределение Ферми – Дирака.
3. Распределение Бозе – Эйнштейна.